

Polycopié distribué aux étudiants de première année médecine, chirurgie dentaire et pharmacie

Tests de comparaison de deux Moyennes

ABDELOUAHAB A

Test de ε ou de l'écart réduit

- Le test de ε : comparer des paramètres en testant leurs différences
- Utilisé pour comparer :
 - Une moyenne observée « m » à une moyenne théorique « μ »
 - Deux moyennes observées « m1 » et « m2 »

Comment aborder le problème de comparaison de deux moyennes ?

Première étape fixer α risque d'erreur : $\alpha=5\%$ $\varepsilon\alpha=1.96$

Deuxième étape pose de l'hypothèse nulle H_0 : la différence n'est pas significative entre les deux moyennes

troisième étape conditions d'application du test : (m et μ) : $n \geq 30$
(m1 et m2) : $n_1 \geq 30$ $n_2 \geq 30$

Quatrième étape: calcul de la variable testée

1-Comparaison d'une moyenne théorique et une moyenne observée

$$= \frac{|m - \mu|}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

2-Comparaison de deux moyennes observées

$$= \frac{|m_1 - m_2|}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Cinquième étape conclusion et prise de décision :

si $\varepsilon < \varepsilon\alpha$ H_0 n'est pas rejetée

si $\varepsilon \geq \varepsilon\alpha$ H_0 est rejetée

Test T de Student

- Lorsque la taille des échantillons est faible ($n < 30$) ; On utilise alors le test T de Student
- Le test de Student sert à comparer :
 - Une moyenne observée à une moyenne théorique
 - Les moyennes de 2 petits échantillons

même principe que ε et mêmes étapes sauf:

- On utilise la table de Student: DDL et α
- Conditions d'application :
 - Utilisable si petits effectifs
 - Mais la distribution de la variable dans les populations doit être normale
 - **Et les populations doivent avoir des variances identiques**
- Soit on le sait
- Soit on le teste (test de F de comparaison des variances)

Test T pour comparer une moyenne observée à une moyenne théorique :

$$t = \frac{|m - \mu|}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \text{ avec ddl} = n - 1$$

Test de T pour comparer 2 moyennes observées

$$\text{Test T de Student : } t = \frac{|m_1 - m_2|}{s_d} \text{ avec ddl} = n_1 + n_2 - 2$$

S_d^2 est la variance commune

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Comparaison de moyennes série appariées

Situation du problème

Deux cas habituels :

Mesures répétées deux fois chez le même sujet:

Exemple : on s'intéresse à la tension artérielle. On mesure la TAS avant et après effort

Tableau des observations

Individu	Avant	Après	Après-Avant
A	140	160	+ 20
B	150	150	0
C	150	140	- 10
D	120	150	+ 30

....

Enquête cas/témoin

Exemple : on s'intéresse au taux de cholestérol dans le cancer du poumon. Pour chaque cancéreux observé, on apparie un témoin non cancéreux mais ayant les mêmes caractères que l'on sait influencer le cancer : âge, sexe...

Hypothèses :

Si l'effort n'influence pas la tension artérielle, la moyenne des différences (d = Après - Avant) (ou Cas-Témoin) doit être nulle. On est ramené à la comparaison d'une moyenne observée (moyenne des différences) à une moyenne théorique 0.

Hypothèse nulle (H0) :

La moyenne observée des différences d est un estimateur de la moyenne μ_0 . 0 est la moyenne théorique $d = 0$

Hypothèse alternative

$d \neq 0$

suit une loi de Student à N-1 DDL

- Condition d'application : si $N < 30$: Normalité de la distribution des différences
- Si $t > t_{\alpha}$: on rejette H0. Il y a une différence significative. On lit le degré de significativité dans la table

Références

1. Fabrice Mazerolle, « [Moyenne Arithmétique](#) », 2012 (consulté le 13 février 2012)
2. [PDF]Gilles Costantini, « [Moyennes](#) », 2003 (consulté le 21 août 2011)
3. [PDF]Fabrice Mazerolle, « [Moyenne Quadratique](#) » 2011 (consulté le 21 août 2011).
4. Fabrice Mazerolle, « [Médiane](#) » 2012 (consulté le 13 février 2012)
5. Charles Antoine, *Les Moyennes*, Paris : PUF, coll. Que sais-je ? (n° 3383), 1998.
6. Charles Antoine, « [Moyenne selon une loi de composition](#) » in *Mathématiques et sciences humaines* (EHESS)