# Filiation Radioactives.

~~I~~

La désintegration d'un noyau radioactif X peut à son tour conduire à la formation d'un noyau instable, puis sera lui aussi radioactif donc apparition d'une [la chaine de désintegration (filiation radioactive) est stabilisation de l'élément initial X (père) en une succession de désintegrations (n) par l'émission d'un rayonnement E Donnant naissance à chaque étape intermediaire (n) un radio-nucléide fils $X_n$. A la fin de la chaine, l'élément Y final est un noyau stable]

$$X_1^* \xrightarrow[T_1]{E_1} X_2^* \xrightarrow[T_2]{E_2} X_3^* \xrightarrow[T_3]{E_3} \cdots \xrightarrow[T_n]{E_n} Y$$

→ 1) Dans notre étude, nous allons prendre une filiation radioactive d'ordre 2.

c'est à dire $X_1^* \xrightarrow[T_1]{E_1} X_2^* \xrightarrow[T_2]{E_2} Y$.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Bilan. | $t=0$ | $N_{1,0}$ | $0$ | $0$. |
| | $t$ | $N_1(t)$ | $N_2(t)$ | $N_{1,0}-\left[N_1(t)+N_2(t)\right]$. |

et on peut écrire la loi de désintegration comme suit:

$$\begin{cases} ① \rightarrow \dfrac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1. \\ ② \rightarrow \dfrac{dN_2}{dt_2} = \underbrace{-\lambda_2 N_2}_{\text{élimination}} + \lambda_1 N_1 \Big\} \rightarrow \text{augmentation}. \end{cases}$$

A

Donc la solution est une combinaison complexe de fonctions exponentielles :

$$N_1(t) = N_{1,0} \exp\left[-\lambda_1 t\right].$$

$$N_2(t) = N_{1,0} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_2 t)\right].$$

Donc les activités

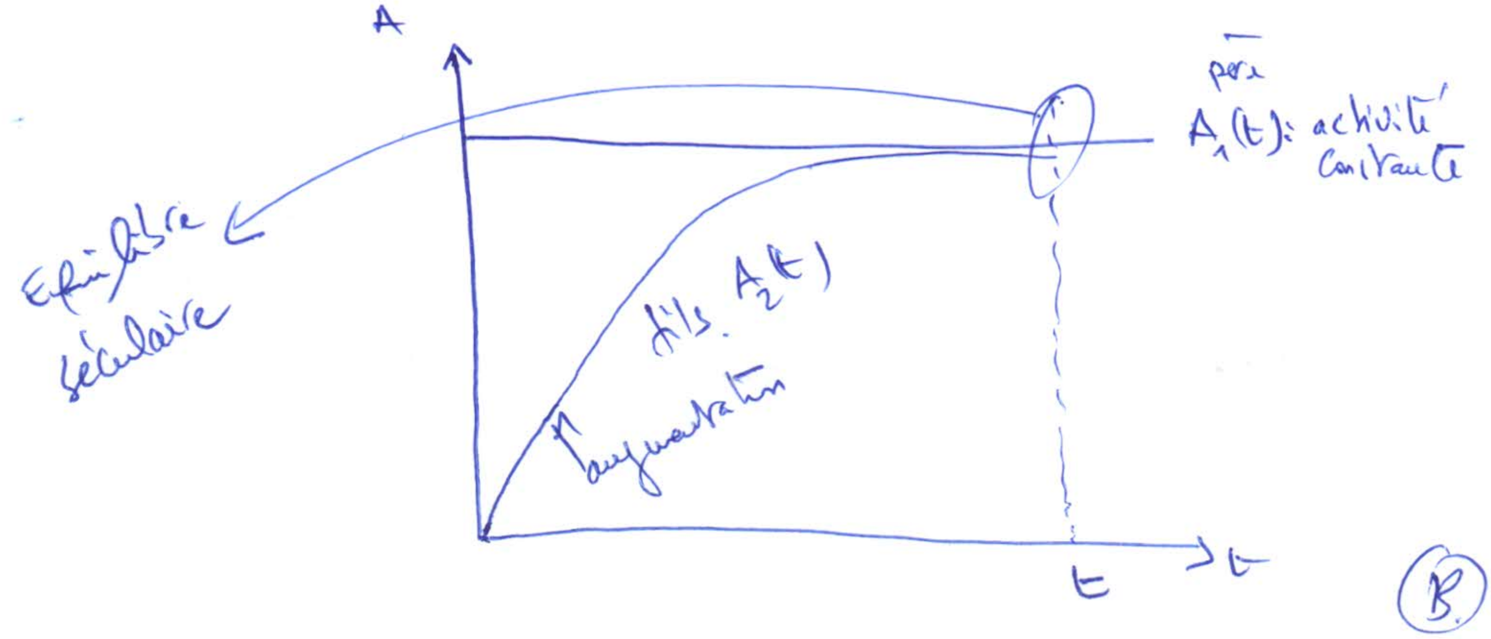
$$A_1(t) = A_{1,0} \exp(-\lambda_1 t)$$

$$A_2(t) = A_{1,0} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_2 t)\right].$$

2/ ~~cas~~ Equilibre séculaire : supposons que le radionucléide père $X_1^*$ a une période très longue par rapport à celle de son nucléide fils.

$T_1 >>>>> T_2 \Rightarrow \lambda_1 <<<<< \lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 - \lambda_1 \simeq \lambda_2$.

$$\begin{cases} A_1(t) = A_{1,0} \exp(-\lambda_1 t) \\ A_2(t) = A_{1,0} \left[1 - \exp(-\lambda_2 t)\right]. \end{cases}$$




(B.)

c'est à dire qu'après un certain temps suffisamment grand :

$$A_2(t) \simeq A_1(t)$$

L'activité des descendants ne dépend pas de la période de ces noyaux mais seulement de celle du noyau père $X_1^{(*)}$ !

B-Bis

## Equilibre de Régime.

Dans le cas où les périodes sont du même ordre, il existe un temps particulier noté $t_M$ pour lequel $A_2$ atteint un maximum et est égale à $A_1$. On appelle cela équilibre de Régime défini par : $\left.\frac{dN_2(t)}{dt}\right|_{t=t_M} = 0 \Rightarrow \lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$.

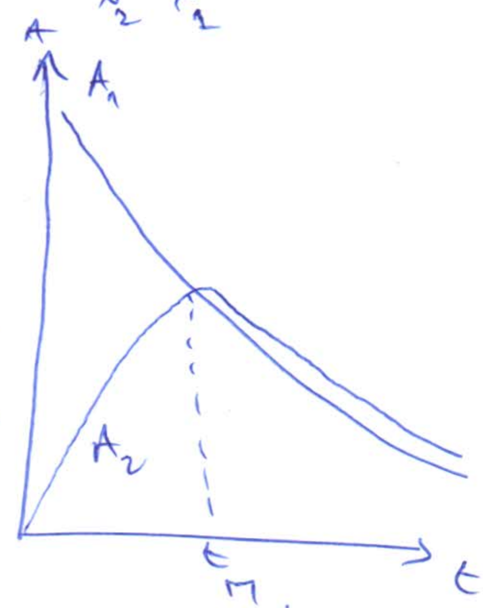
$t_M$ peut être calculé en égalisant les activités. $A_1(t) = A_2(t)$

$$\lambda_1 N_{1,0} \exp(-\lambda_1 t_M) = \lambda_2 N_{1,0} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\exp(-\lambda_1 t_M) - \exp(-\lambda_2 t_M)\right)$$

$$\vdots$$

$$t_M = \frac{\ln \lambda_2 - \ln \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\ln\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

→ Ce paramètre est important en Médecine nucléaire où l'élément père est administré à des fins de diagnostique tout en voulant minimiser les effets néfastes de l'élément fils. alors $\lambda_1$ est choisi de telle sorte que $t_M$ soit supérieur au temps d'élimination (par les voies naturelles) de cet élément fils.




$$^{99}Mo \xrightarrow{67h} {}^{99m}Tc \xrightarrow{6h} {}^{99}Tc$$

C

1/ Equilibre Séculaire $^{137}_{55}Cs \xrightarrow[ans]{30} {}^{137m}_{56}Ba \xrightarrow[min]{2,5} {}^{137}_{56}Ba$ (Exploration Cardio-Vasculaire)

2/ Equilibre de Régime : $^{99}Mo \xrightarrow{67h} {}^{99m}Tc \xrightarrow{6h} {}^{99}Tc$

Explorations hépatiques et Cérébrales.